

3.2节

华东交通大学考试专用答题纸(适用于非匿名改卷)

姓名: 廖国勇 学号: 0 课程: 高等数学A(I)
 教学班级: 0 教学小班序号: 0

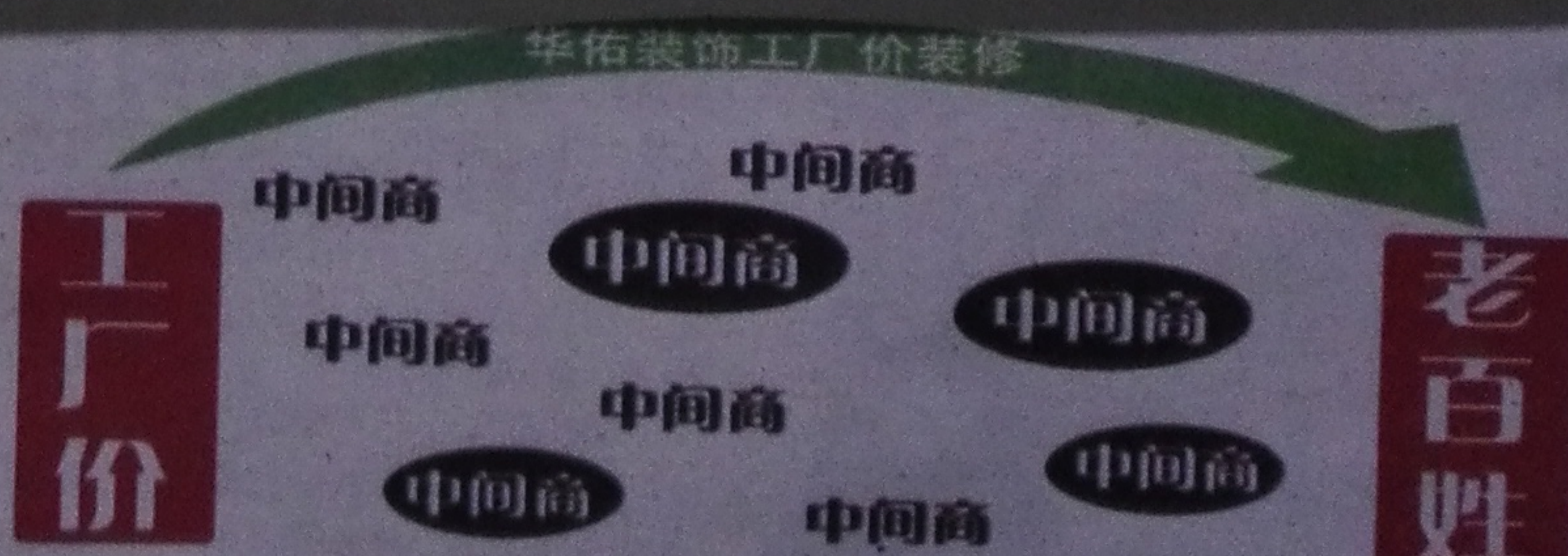
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

考生注意: 答题时应注明题号, 并按题号顺序答题。

题号	答 题 内 容
P42 3.2节	廖国勇 2016.10.9
1	设 $y = \ln \sin x$, 则 $y'' =$ <u> </u> 解: $y' = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \cot x$ $y'' = (\cot x)' = -\csc^2 x$
2	设 $y = x^{15} + 6x^{10} - 4x^5 + 2$, 则 $y^{(16)} =$ <u>0</u>
3	设 $y = e^{-3x}$, 则 $y^{(n)} =$ <u> </u> 解: $y' = (-3)e^{-3x}$, $y'' = (-3)^2 e^{-3x}$, $\dots$, $y^{(n)} = (-3)^n e^{-3x}$
4	设 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, 则 $f^{(n)}(0) =$ <u> </u> 解: $f'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$ $f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$, $f'''(x) = -\frac{3 \cdot 2}{(x+1)^4}$ $\dots$ $f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{n!}{(x+1)^{n+1}}$ $f^{(n)}(0) = (-1)^n \frac{n!}{(0+1)^{n+1}} = (-1)^n n!$
二 1	设 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4-x^2}$, 求 y'' 解: $y' = \arcsin \frac{x}{2} + x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \arcsin \frac{x}{2}$ $y'' = (\arcsin \frac{x}{2})' = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

第1页共8页

券参与抽奖



华佑装饰郑重承诺:
 所有材料均是国内一线品牌, 假一罚十!

华佑集团“工厂价”直供厂家: 马可波罗、东鹏陶瓷、德国高仪洁具、箭牌洁具、梦天门、鑫鸿成木门、志邦橱柜、捷西橱柜、生活家地板、中信地板、熊猫电线、联昌电线、伟星水管、西门子开关等等。让老百姓花最少的钱, 实现大品牌装修!

报名热线: 88611789 87066888

3.2节

题号

P42-P43

答题内容

廖国勇 2016.10.9

二 2

设 $y = e^x(\sin x + \cos x)$, 求 y'''

$$\text{解: } y' = e^x(\sin x + \cos x) + e^x(\cos x - \sin x) = 2e^x \cos x$$

$$y'' = 2e^x \cos x + 2e^x(-\sin x) = 2e^x(\cos x - \sin x)$$

$$y''' = 2e^x(\cos x - \sin x) + 2e^x(-\sin x - \cos x)$$

$$= -4e^x \sin x$$

3 设函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 的某邻域内可导, 且 $f'(x) = e^{f(x)}$, $f(2) = 1$
求 $f'''(2)$.

$$\text{解: } f''(x) = [e^{f(x)}]' = e^{f(x)} \cdot f'(x) = e^{f(x)} \cdot e^{f(x)} = e^{2f(x)}$$

$$f'''(x) = [e^{2f(x)}]' = e^{2f(x)} \cdot 2f'(x) = e^{2f(x)} \cdot 2 \cdot e^{f(x)} = 2e^{3f(x)}$$

$$f'''(2) = 2e^{3f(2)} = 2e^{3 \cdot 1} = 2e^3$$

4 设 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, 求 $y'''|_{x=\sqrt{3}}$

$$\text{解: } y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \left(1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \right) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$y'' = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)' = \frac{1}{x^2 + 1} \left(-\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \right) = -\frac{x}{(x^2 + 1)^{3/2}}$$

$$y''' = \left[-\frac{x}{(x^2 + 1)^{3/2}} \right]' = \frac{-(x^2 + 1)^{3/2} + x \cdot \frac{3}{2}(x^2 + 1)^{1/2} \cdot 2x}{(x^2 + 1)^3}$$

$$= \frac{-(x^2 + 1)^{3/2} + 3x^2 \sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 + 1)^3}$$

$$y'''|_{x=\sqrt{3}} = \frac{-(3+1)^{3/2} + 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{1+3}}{(3+1)^3} = \frac{-8 + 18}{64} = \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$$

凭此副券参与抽奖

姓名: _____

手机: _____

小区: _____

中间商

中间商

中间商

工厂价

华佑装

所有材料均是国

华佑集团“工厂价”直供厂家: 马
天门、鑫鸿成木门、志邦橱柜、捷西厨
伟星水管、西门子开关等等。让老百姓

豪又
送礼

参与抽奖, 凭
礼品兑换券到
各服务区域领取
家用电器等礼品

3.2节

题号	答题内容	廖国勇 2016.10.9
P43 - P44		
二 5	设 $y = \ln(x^2 + 5x + 6)$, 求 $y^{(n)}$ 解: $y = \ln(x^2 + 5x + 6) = \ln(x+2)(x+3) = \ln x+2 + \ln x+3$ $y^{(n)} = [\ln x+2]^{(n)} + [\ln x+3]^{(n)}$ $= \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+2)^n} + \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+3)^n}$ $= (-1)^{n-1}(n-1)! \left[\frac{1}{(x+2)^n} + \frac{1}{(x+3)^n} \right]$ 注1, 同步练习 P41, 5常见的 n 阶导数公式⑥ $[\ln(x+a)]^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+a)^n}$ 注2, $[\ln x+a]' = [\ln(x+a)]' = \frac{1}{x+a}$, 理由如下 ① 若 $x+a < 0$, 则 $\ln x+a = \ln(-x-a)$ $[\ln(-x-a)]' = \frac{1}{-x-a} (-1)$ ② 若 $x+a > 0$, 则 $\ln x+a = \ln(x+a)$ $[\ln(x+a)]' = \frac{1}{x+a}$ 由①②知, 无论哪种情况都有 $[\ln x+a]' = \frac{1}{x+a}$, 于是, 从形式结构上有 $[\ln(x+a)]^{(n)} = [\ln x+a]^{(n)}$	
6	设 $y = x^2 \sin x$, 求 $y^{(50)}$ 解: $y^{(50)} = (x^2 \sin x)^{(50)}$ $= \sum_{i=0}^{50} (x^2)^{(i)} (\sin x)^{(50-i)} C_{50}^i$ $= \sum_{i=0}^2 (x^2)^{(i)} (\sin x)^{(50-i)} C_{50}^i$ $= x^2 \sin(x + 50 \cdot \frac{\pi}{2}) + 50 \cdot 2x \sin(x + 49 \cdot \frac{\pi}{2}) + \frac{50 \cdot 49}{2 \cdot 1} \cdot 2 \cdot \sin(x + 48 \cdot \frac{\pi}{2})$ $= -x^2 \sin x + 100x \cos x + 2450 \sin x$ $[u(x)v(x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^n C_n^k [u(x)]^{(k)} [v(x)]^{(n-k)}$	

第3页共8页

中间商 中间商 中间商 中间商 中间商 中间商

老百姓

华佑装饰郑重承诺:
均是国内一线品牌, 假一罚十!

1. 80平方米以上, 需要全房装修的业主。
2. 能够年前开工, 要求样板房完工之后, 可供其他业主免费参观15天。
3. 愿意接受第三方媒体监督。
4. 满足以上条件, 装修价钱你来定!

华佑装饰工厂化大全包, 包的有多全?

华佑承诺您: 让您装修就像买车一样, 拿把钥匙就能入住。
涵盖装修全部人工、基材、主材、造型, 全房窗帘, 全房灯饰, 更有百平米全房21件上市品牌家具, 客厅沙发、茶几、电视柜, 餐厅餐桌、6

3.2 节

题号

P44

答题内容

廖国勇 2016.10.9

= 7 设 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$, 求 $f^{(n)}(0)$ ($n \geq 3$)

$$\begin{aligned} \text{解: } f^{(n)}(x) &= [x^2 \ln(1+x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^n C_n^k (x^2)^{(k)} [\ln(1+x)]^{(n-k)} \\ &= C_n^0 x^2 [\ln(1+x)]^{(n)} + C_n^1 \cdot 2x \cdot [\ln(1+x)]^{(n-1)} + C_n^2 \cdot 2 \cdot [\ln(1+x)]^{(n-2)} \\ &= x^2 \cdot \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(1+x)^n} + 2nx \cdot \frac{(-1)^{n-2} (n-2)!}{(1+x)^{n-1}} + n(n-1) \cdot \frac{(-1)^{n-3} (n-3)!}{(1+x)^{n-2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^{(n)}(0) &= n(n-1) \frac{(-1)^{n-3} (n-3)!}{(1+0)^{n-2}} = (-1)^{n-3} n(n-1) [(n-3)!] \\ &= \frac{n!}{n-2} (-1)^{n-3} \end{aligned}$$

= 证明题: 试从 $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{y'}$ 导出 (1) $\frac{d^2x}{dy^2} = -\frac{y''}{(y')^3}$

$$(2) \frac{d^3x}{dy^3} = \frac{3(y'')^2 - y' y'''}{(y')^5}$$

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{d^2x}{dy^2} &= \frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y'} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{y'} \right) \cdot \frac{dx}{dy} \\ &= -\frac{y''}{(y')^2} \cdot \frac{1}{y'} = -\frac{y''}{(y')^3} \end{aligned}$$

$$\frac{d^3x}{dy^3} = \frac{d}{dy} \left(\frac{d^2x}{dy^2} \right) = \frac{d}{dy} \left[-\frac{y''}{(y')^3} \right]$$

$$= \frac{d}{dx} \left[-\frac{y''}{(y')^3} \right] \cdot \frac{dx}{dy}$$

$$= -\frac{y'''(y')^3 - y'' \cdot 3(y')^2 y''}{(y')^6} \cdot \frac{1}{y'}$$

$$= -\frac{y'''(y')^3 - (y'')^2 \cdot 3(y')^2}{(y')^7}$$

$$= \frac{3(y'')^2 - y' y'''}{(y')^5}$$